Soluções dos exercícios de Álgebra Linear

25. (a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$; $B^{-1} = \begin{bmatrix} 2/7 & -1/7 \\ -1/14 & 2/7 \end{bmatrix}$.

    (b) $\det(A) = \det(A^T) = 1$; $\det(B) = \det(B^T) = 14$; $\det(2A) = 4 = 2^2 \det(A)$; $\det(3B) = 126 = 3^2 \det(B)$; $\det(AB) = \det(BA) = \det(A)\det(B) = 14$; $\det(A^{-1}) = 1 = 1/\det(A)$; $\det(B^{-1}) = 1/14 = 1/\det(B)$; $\det(A^{-1}B) = 14 = \det(B)/det(A)$.

26. $\det(A^2) = 4$; $\det(3A) = 162$; $\det(-A^{-1}) = 1/2$; $\det(2A^T) = 16$; $\det(AA^TA^{-1}) = 2$; $\det(\frac{1}{2}A^4) = 1$.

27. —

28. -70;

29. (a) -4; (b) -18; (c) 2; (d) 0; (e) -9; (f) 7840; (g) -16.

30. (a) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ca))$; (b) 0; (c) $(c-a)(c-b)(b-a)$; (d) $b^2(b^2-4a^2)$; (e) b^4+4ab^3.

31. (a)$\lambda \notin \{-2; 1\}$;(b) $\lambda \neq 0$; (c)$\lambda \notin \{0; 1; -1\}$; (d) $\lambda \neq 1$.

32. (a) Sistema impossível; (b) $(0, 0, 0)$; (c) $(1/4, 1/2, 1/4)$; (d) $x = -\frac{1}{3}z$, $y = \frac{5}{3}z$; $w = 1$, $z \in R$;
    (e) $x = w + \frac{1}{3}$, $y = -w - \frac{1}{3}$, $z = -w + \frac{2}{3}$, $w \in R$; (f) $x = 1 + \frac{2}{3}w$, $y = 1 + z - \frac{5}{3}w$, $z, w \in R$.

33. (a) Possível indeterminado se $a = 2$; Possível determinado se $a \neq 2$;
    (b) Possível indeterminado se $a \in \{0; 2\}$. Impossível caso contrário;
    (c) Possível determinado se $a \neq 1$; Possível indeterminado se $a = 1$;
    (d) Possível determinado se $b \neq 3$; Possível indeterminado se $b = 3$ e $a = 1$; Impossível se $b = 3$ e $a \neq 1$;
    (f) Possível determinado se $a \neq 0$ e $b \neq 1$; impossível caso contrário.

34. (a) Utilize a definição de ker; (b) Utilize o Teorema Fundamental da Álgebra Linear.

35. (a) $(1, -2, 3)$; (b) $(2, 1, 1)$; (c) $(1, 2, 3, 4)$; (d)$(1, -1, 2, 3, 1)$.

36. (a) $x_1 = x_4 - x_3$, $x_2 = x_4 - x_3$, $x_3, x_4, x_5 \in R$; Base: por exemplo, $B = \{(-1, -1, 1, 0, 0); (1, 1, 0, 1, 0); (0, 0, 0, 0, 1)\}$;
    (b) $x_1 = x_2 = x_3 = 0$; Base $B = \emptyset$;
    (c) $x_1 = x_3$; $x_2 = -2x_3$; $x_3 \in R$; Base: por exemplo, $B = \{(1, -2, 1)\}$;
    (d) $x_1 = -2x_2 - 3x_3$; $x_2, x_3 \in R$; Base: por exemplo, $B = \{(-2, 1, 0); (-3, 0, 1)\}$.

37. $(1, -2, 2)$

38. $z = 0$;

39. (a)—; (b) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/10 & -1/5 \\ -1/2 & 3/10 & 3/5 \\ -1/2 & 7/10 & 2/5 \end{bmatrix}$;

    $x = \frac{1}{2}a - \frac{1}{10}b - \frac{1}{5}c$; $y = -\frac{1}{2}a + \frac{3}{10}b + \frac{3}{5}c$; $z = -\frac{1}{2}a + \frac{7}{10}b + \frac{2}{5}c$.